УДК 531/534 (075.8)

О. М. Іванова, Д. І. Ільчишина

ВПЛИВ ХВИЛЬ РЕЛЕЯ НА ПРОЦЕС УДАРУ

Вступ

Розширена локальна теорія співудару пружних тіл була розглянута у відомій роботі [1]. Запропонований М. О. Кільчевським в цій роботі спосіб уточнення теорії удару дозволяє взяти до уваги динамічні члени в рівняннях Ламе, до яких зводиться розв'язок динамічних задач теорії пружності.

В роботах [2], [3] було усунуто одне зі спрощуючих припущень класичної теорії Г. Герца. На відміну від моделі Г. Герца до розгляду вводились локальні сили інерції, що виникають при деформуванні пружного елемента, який входить в механічну модель згідно з теорією Г. Герца.

В подальших роботах [4], [5] розглянуто ще деякі уточнення локальної теорії динамічної взаємодії пружних тіл з урахуванням нелокальних динамічних ефектів, що супроводжують співудар.

Постановка задачі

Метою даної роботи є подальший розвиток локальної теорії деформування пружних тіл при їх прямому центральному співударі, зокрема, визначення залежності сили динамічної взаємодії $\boldsymbol{P}$ від місцевого стиснення α при наявності впливу на процес удару хвиль Релея за допомогою метода, запропонованого М. О. Кільчевським [1].

Динамічні рівняння при співударі пружних тіл

Будемо розглядати поверхневі хвилі, що виникають при співударі двох однакових тіл обертання. При відносно малих швидкостях зближення тіл в зонах їх динамічного контакту зароджуються хвилі Релея різних частот [6].

Застосовуючи перетворення Лапласа–Карсона до основних рівнянь динамічної контактної задачі, знаходимо співвідношення між силою $\boldsymbol{P}$ та місцевим стисненням α при наявності хвиль Релея. Це співвідношення має вигляд

$$\alpha_R = k\left(1-\delta\cos\omega t\right)^{\frac{1}{2}} P_R^{\frac{2}{3}}. \tag{1}$$

Тут ω – частота хвиль Релея, δ – безрозмірний параметр, що з'єднує амплітуди хвиль Релея, показники їх згасання, хвильове число.

Згідно з теорією Г.Герца при досить малих швидкостях зближення залежність між α і $\boldsymbol{P}$ має вигляд

$$\alpha_H = kP_H^{\frac{2}{3}}. \tag{2}$$

Якщо перейти до безрозмірного часу τ, скориставшись підстановкою

$$t = \tau \frac{m^{\frac{2}{5}} k^{\frac{3}{5}}}{V_0^{\frac{1}{5}}}, \tag{3}$$

то вирази (1) і (2) набувають вигляду

$$f_R(\tau) = (1 - \delta \cos \Omega\tau)^{\frac{1}{2}} \varphi_R^{\frac{3}{2}}. \tag{4}$$

$$f_H(\tau) = \varphi_H^{\frac{3}{2}}(\tau). \tag{5}$$

Уточнена формула, що визначає силу $\boldsymbol{P}$ динамічної взаємодії між тілами, має вигляд:

$$\begin{aligned}
P = \left(\frac{mv_0^2}{k}\right)^{\frac{3}{5}} \Bigg\{ & \frac{2^2}{3\sqrt{\pi}}\left(1+2\delta+3\delta^2\right)\tau^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2\cdot 4!}\left(1+4\delta+10\delta^2\right)\tau^4 + \\
& + \frac{2^6}{11!\sqrt{\pi}}\delta\Omega^4\left(2+9\delta\right)\tau^{\frac{11}{2}} + \frac{1}{5!}\delta\Omega^2\left(1+5\delta\right)\tau^6 + \frac{21\cdot 2^4}{13!\sqrt{\pi}}\left(1+6\delta+21\delta^2\right)\tau^{\frac{13}{2}} - \\
& - \frac{2^9}{15!\sqrt{\pi}}\delta\Omega^6\left(1+6\delta\right)\tau^{\frac{15}{2}} - \frac{3}{8!}\delta\Omega^4\left(2+15\delta\right)\tau^8 - \frac{21\cdot 3\cdot 2^7}{17!\sqrt{\pi}}\delta\Omega^2\left(1+7\delta\right)\tau^{\frac{17}{2}} - \\
& - \frac{5}{9!}\left(1+8\delta+36\delta^2\right)\tau^9 + \frac{2^{10}}{19!\sqrt{\pi}}\delta\Omega^8\left(2+15\delta\right)\tau^{\frac{19}{2}} - \frac{6}{10!}\delta\Omega^6\left(1+10\delta\right)\tau^{10} + \\
& + \frac{63\cdot 2^8}{21!\sqrt{\pi}}\delta\Omega^4\left(1+21\delta\right)\tau^{\frac{21}{2}} + \frac{40}{11!}\delta\Omega^2\left(1+9\delta\right)\tau^{11} + \\
& + \frac{2^{12}}{23!\sqrt{\pi}}\delta\left[2\left(\frac{5\cdot 1287}{2^7}+\Omega^{10}\right)+\delta\left(\frac{56\cdot 1287}{2^7}-18\Omega^{10}\right)\right]\tau^{\frac{23}{2}} - \\
& - \frac{3}{12!}\delta\Omega^8\left(2+25\delta\right)\tau^{12} - \frac{63\cdot 2^{11}}{25!\sqrt{\pi}}\delta\Omega^6\left(1+14\delta\right)\tau^{\frac{25}{2}} - \frac{20}{13!}\delta\Omega^4\left(2+27\delta\right)\tau^{13} + \\
& + \frac{2^{14}}{27!\sqrt{\pi}}\delta\Omega^2\left[2\left(\Omega^{10}-\frac{5\cdot 1287}{2^7}+\right)+\delta\Omega\left(21\Omega^{10}-\frac{55\cdot 1287}{2^6}\right)\right]\tau^{\frac{27}{2}} + \\
& + \frac{3\cdot 2}{14!}\delta\left[\left(\Omega^{10}-42\right)+3\delta\left(5\Omega^2-91\right)-7\right]\tau^{14} + \frac{63\cdot 2^{15}}{16\cdot 9!\sqrt{\pi}}\delta\Omega^8\left(2+35\delta\right)\tau^{\frac{29}{2}} + \ldots \Bigg\}
\end{aligned} \tag{6}$$

Залежність (6) і рівняння (1) дозволяють знайти місцеве стиснення $\alpha_R(\tau)$. Як було показано [6], при співударі виникає спектр частот поверхневих хвиль. Якщо взяти до уваги лише хвилі найнижчої частоти, оскільки саме вони мають найбільший вплив на процес удару, то для випадку $\mathbf{\Omega} \approx 1{,}81$ і $\boldsymbol{\delta} \approx 0{,}23$ [1] можна визначити значення тривалості удару $\boldsymbol{\tau}_{max}$ і коефіцієнта відновлення $\boldsymbol{\varepsilon}$:

$$\boldsymbol{\tau}_{max} \approx 2{,}79; \qquad \boldsymbol{\varepsilon} \approx 0{,}57.$$

Висновки

Знайдені результати мають, головним чином, якісне значення, оскільки базуються на наближених залежностях, показаних вище.

Внесення уточнень в ці залежності може змінити кількісний опис розглянутого явища.

Список використаної літератури

1. *Кильчевский Н. А.* Динамическое контактное сжатие твердых тел. Удар / Н. А. Кильчевский // К., Наукова думка, 1976, с. 148-167.
2. *Кильчевский Н. А.* К теории соударений упругих тел / Н. А. Кильчевский, Л. М. Шальда //Изв. АН СССР, Механика твердого тела, № 6, 1973, с. 1099-1103.
3. *Кильчевский Н. А.* Влияние локальных сил инерции на процесс соударения упругих тел. / Н. А. Кильчевский, Д. И. Ильчишина, С. С. Ковтун // Прикладная механика, т. XI, вып. 4, 1975, с. 104-106.
4. *Ільчишина Д. І.* Вплив властивостей поверхонь тіл при співударі на характеристики хвиль Релея, викликаних ударом. / О. М. Іванова, Д. І. Ільчишина // Інформаційні системи, механіка та керування №8, 2012, с. 108-111.
5. *Ільчишина Д. І.* Про напруження, викликані хвилями Релея, при співударі пружних тіл. / Д. І. Ільчишина// Механіка гіроскопічних систем вип. 26, 2013, с. 75-80.
6. *Кильчевский Н. А.* О поверхностных волнах, возникающих при соударении упругих тел. / Н. А. Кильчевский, Д. И. Ильчишина // Прикладная механика, т.V, №7, 1969 г., с. 4-7.